

DISTRIBUIÇÃO DE TEMPOS DE RESIDÊNCIA DE MOINHO DE BOLAS OPERADO A SECO EM ESCALA PILOTO

A.L. Oliveira¹, R.M. de Carvalho¹, e L.M. Tavares¹

¹Laboratório de Tecnologia Mineral, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais (PEMM/COPPE)

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia, Bloco F, Sala 210, Cidade Universitária, Rio de Janeiro, RJ, CEP 21945-970.

Tel. 21 22901615, fax 21 22901615

E-mail: alessandro@poli.ufrj.br

RESUMO

A modelagem matemática é uma excelente ferramenta na otimização do desempenho de processos e equipamentos. O modelo do balanço populacional é uma abordagem muito utilizada para a modelagem de moinhos, contudo ainda é necessário obter o conhecimento do fluxo interno para garantir a sua aplicação mais eficaz. O fluxo de material é determinado pelo tempo em que as partículas permanecem no interior do moinho, ou seja, pela distribuição dos tempos de residência da população de partículas, representada por uma função acumulada $F(t)$. No presente trabalho utilizou-se o zinco como traçador para determinar a distribuição acumulada do tempo de residência de um moinho de bolas operado em escala piloto a seco. Apenas um conjunto de condições operacionais foi ensaiado e quatro modelos matemáticos, que poderiam representar o moinho, foram analisados. Como primeiro resultado, a distribuição do tempo de residência apresentou uma curva coerente com os resultados existentes na literatura. Os modelos analisados foram os modelos de mistura perfeita e o de dispersão axial. Dentro do modelo de mistura perfeita foram analisados os casos de um misturador, dois misturadores em série e três misturadores em série. Destes, o que melhor representou o moinho foi o modelo de três misturadores perfeitos. O modelo de dispersão axial, baseado em conceitos físicos, apresentou resposta incompatível à distribuição $F(t)$. Por fim, foi proposto um modelo físico para o padrão de mistura que rege o moinho.

PALAVRAS-CHAVE: distribuição de tempos de residência; tempo de residência médio; moinho de bolas.

1. INTRODUÇÃO

Moinhos tubulares rotativos se situam entre os principais consumidores de energia em usinas de beneficiamento, sendo responsáveis por, em média, 40% do seu consumo global (Dorileo *et al.*, 2010). Dentre as suas variações, os moinhos de bolas são os mais comuns na indústria, que são os principais equipamentos utilizados na moagem fina. Estes moinhos podem operar tanto a úmido quanto a seco, sendo este último usado principalmente para materiais que degradam em presença de água.

A modelagem matemática é uma excelente ferramenta de apoio para gestão da eficiência de moinhos de bolas, informando ao engenheiro as condições operacionais ótimas para diferentes cenários de operação. O modelo do balanço populacional, amplamente utilizado nessa tarefa (Austin *et al.*, 1984), demanda a descrição de vários dos microprocessos relevantes ao processo de moagem, que são a taxa e a distribuição de quebra dos fragmentos, a classificação interna no moinho e a transferência de massas no interior do moinho.

A transferência de massas no moinho está intimamente relacionada ao conceito de distribuição de tempos de residência (DTR), o qual tem sido objeto de pesquisa há mais de três décadas (Austin *et al.*, 1984; Hogg, 1984; Songfack e Rajamani, 1999; Oliveira, 2009; Makokha e Moys, 2011). O presente trabalho trata da estimação da DTR em um moinho operando a seco em escala piloto, mostrando como injeções não instantâneas de traçador podem ser usadas de forma apropriada no ajuste de modelos matemáticos de funções de DTR.

2. DISTRIBUIÇÃO DE TEMPOS DE RESIDÊNCIA

Considerando a hipótese de mistura perfeita para o modelo do balanço populacional, toda informação a respeito da distribuição espacial das propriedades do material no moinho é perdida, devendo ser introduzida mediante equações adicionais que descrevem o movimento das diversas partículas que constituem a carga do moinho (Austin e Concha, 1993). Esta informação é menos detalhada no modelo microscópico e, geralmente, é expressa mediante propriedades estatísticas. Têm-se demonstrado na prática que o conhecimento estatístico dos tempos de permanência das partículas no moinho é suficiente para completar o modelo de moagem contínua (Austin *et al.*, 1984; Austin e Concha, 1993). O parâmetro representativo é o tempo de residência (ou permanência) das partículas no moinho, devendo o movimento dessas ser descrito com o auxílio de uma função de distribuição de tempos de residência. Para um conjunto de condições operacionais, o comportamento do fluxo determinará a distribuição de tempos de residência e, conseqüentemente, o volume de *hold-up* no moinho, sendo que ambos exercem influência direta no desempenho da moagem (Makokha e Moys, 2011).

O conceito de distribuição de tempos de residência foi primeiramente proposto por Danckwerts em um artigo pioneiro (Danckwerts, 1953). Com o passar dos anos, a medição da distribuição do tempo de residência (DTR) passou a ser empregada amplamente para caracterizar o transporte de material em vários processos da engenharia. O principal objetivo da medida experimental da DTR é fornecer subsídios para o ajuste de parâmetros de modelos idealizados de mistura para o equipamento em questão.

Diferentes modelos têm sido utilizados para descrever a mistura em moinhos industriais (Austin *et al.*, 1984; Hogg, 1984; Songfack e Rajamani, 1999; Makokha e Moys, 2011). Provavelmente o modelo mais usado na descrição de reatores é o de mistura perfeita, o qual presume que o material é perfeitamente homogeneizado por uma mistura eficiente em todo o volume. Para o caso em que existe adição de um traçador, com um balanço de massas deste em torno do volume de controle, é possível demonstrar que a função DTR para o reator de mistura perfeita é dada por (King, 1991),

$$E(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (\text{Eq.1})$$

na qual θ é o tamanho do misturador e t é o tempo. Para dois misturadores de tamanhos distintos a função DTR é dada por

$$E(t) = \frac{\left(\exp\left(-\frac{t}{\theta_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\theta_2}\right) \right)}{(\theta_1 - \theta_2)} \quad (\text{Eq.2})$$

Para a combinação de três misturadores com tamanhos distintos (onde $\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$) a DTR é

$$E(t) = \frac{\theta_1(\theta_2 - \theta_3)\exp\left(-\frac{t}{\theta_1}\right) + \theta_3(\theta_1 - \theta_2)\exp\left(-\frac{t}{\theta_3}\right) + \theta_2(\theta_3 - \theta_1)\exp\left(-\frac{t}{\theta_2}\right)}{(\theta_1 - \theta_2)(\theta_1 - \theta_3)(\theta_2 - \theta_3)} \quad (\text{Eq.3})$$

Existem ainda os chamados modelos de dispersão, que têm sido amplamente usados para caracterizar e representar fluxos de materiais através de equipamentos cilíndricos rotacionais, tais como moinhos de bolas e fornos rotativos (Concha e Austin, 1993). A simplificação mais freqüentemente usada na equação da dispersão é o modelo de dispersão axial, no qual qualquer mistura no plano radial é vista como sendo instantânea. Considerando que, no presente trabalho, a moagem é realizada a seco e que neste modelo há variação na quantidade de massa de material que flui pelo moinho, o transporte pode ser descrito pela equação de difusão, cuja solução é dada por (King, 1992)

$$E(t) = \left(\frac{Pe \cdot \theta}{4 \cdot \pi \cdot t^3} \right)^{1/2} \cdot \exp \left[-\frac{Pe}{4 \cdot t} \cdot \left(\frac{t - \theta}{\theta} \right)^2 \right] \quad (\text{Eq.4})$$

sendo $Pe = u \cdot L / D_x$ o número de Peclet, L o comprimento do moinho, θ o tempo médio de residência, u é a velocidade do material no interior do moinho e D_x é o coeficiente de mistura axial. Este modelo pode ser considerado como uma boa aproximação no caso do moinho de bolas, uma vez que a ação de turbilhonamento dentro do equipamento faz com que o tempo de difusão transversal seja muito pequeno quando comparado com o tempo de residência das partículas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Materiais

O material usado nos ensaios de moagem foi uma mistura de duas rochas (50% gnaisse e 50% granulito), provenientes da Embu Mineração e Comércio Ltda. (Embu – SP) e Pedra Sul Mineração Ltda. (Mathias Barbosa – MG), respectivamente. Ambas as rochas se caracterizam por possuir uma grande homogeneidade em sua composição e por suas massas específicas semelhantes (aproximadamente 2790 kg/m^3) (Neves, 2005). A distribuição granulométrica da alimentação apresentou 80% do material passante no tamanho de $0,76 \text{ mm}$ e 27% de partículas menores que $100 \text{ }\mu\text{m}$.

3.2. Procedimento experimental

O circuito de moagem é composto por um alimentador helicoidal (Vibrascrew Inc.) acoplado a um moinho de bolas contínuo (Cimaq Ltda., Figura 1), cujas dimensões da câmara de moagem são: 32 cm de comprimento, 31 cm de diâmetro e 22.276 cm^3 de volume interno. O moinho possui descarga de diafragma, o qual tem 8% de área aberta e orifícios circulares de 7 mm de

diâmetro. A fim de permitir a medição da taxa de descarga do moinho, foi posicionada em sua descarga uma balança de precisão (Gehaka BG 8000) com capacidade máxima de 8.000,0 g e precisão de 1,0 g.

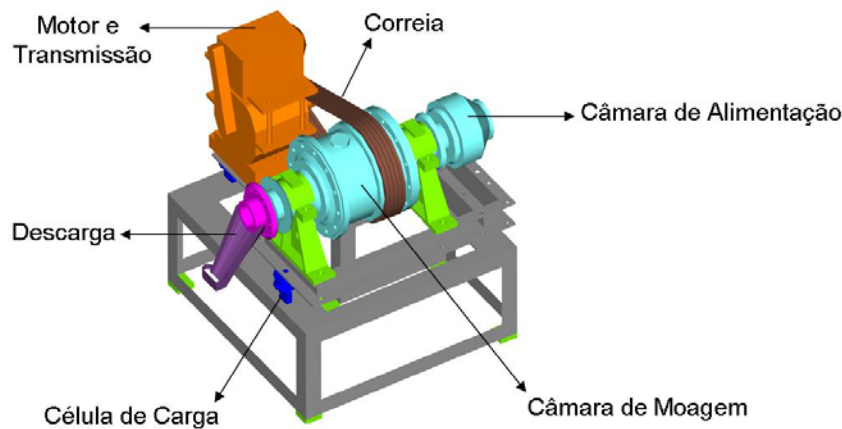


Figura 1 – Diagrama esquemático do moinho

A função distribuição de tempos de residência foi determinada mediante a adição de pó de zinco (99,9%, Merck®). A escolha do zinco foi devido ao fato que esse elemento não foi detectado na análise química do material alimentado, conforme mostra outra publicação (Neves, 2005).

O experimento foi realizado com o moinho operando em circuito aberto em regime estacionário com 28% de enchimento de bolas de aço de 25 mm, girando a 75% da velocidade crítica (rpm). À alimentação, introduzida a uma taxa média de 6,9 kg/h, foram adicionados no total 120 g de pó de zinco, sendo 30 gramas a cada 15 segundos. Em paralelo à adição do traçador, iniciou-se a amostragem da descarga, retirando-se a totalidade do produto descarregado a cada um minuto durante o período de duas horas. A medição do teor de zinco das amostras coletadas e, em seguida, quarteadas, foi realizada por fluorescência de raio-X (Shimadzu EDX – 720).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A variação do *hold-up* ao longo do tempo é ilustrada na Figura 2, que também mostra a vazão instantânea Q de descarga, calculada a partir das amostras coletadas do produto. A figura mostra que o *hold-up* do moinho, durante o ensaio de DTR, se manteve aproximadamente constante em 3,88 kg. Pela razão entre a massa média de *hold-up* e a taxa média de descarga (6,86 kg/h), estima-se que o tempo médio de residência dos sólidos no moinho foi igual a 33,9 minutos.

A Figura 3 sintetiza as medida de concentração (teores) de zinco das amostras realizadas por fluorescência de raios-X. Tendo em vista o tempo prolongado de coleta de cada uma das amostras (1 minuto), bem como as perturbações na taxa de alimentação e no *hold-up* do moinho (Figura 2), calculou-se a massa cumulativa de traçador M contida na descarga do moinho (Figura 3) após um tempo t_j do início da injeção do traçador por

$$M(t_j) = \sum_{i=1}^j c(t_i)Q(t_i)\Delta t_i \quad (\text{Eq.5})$$

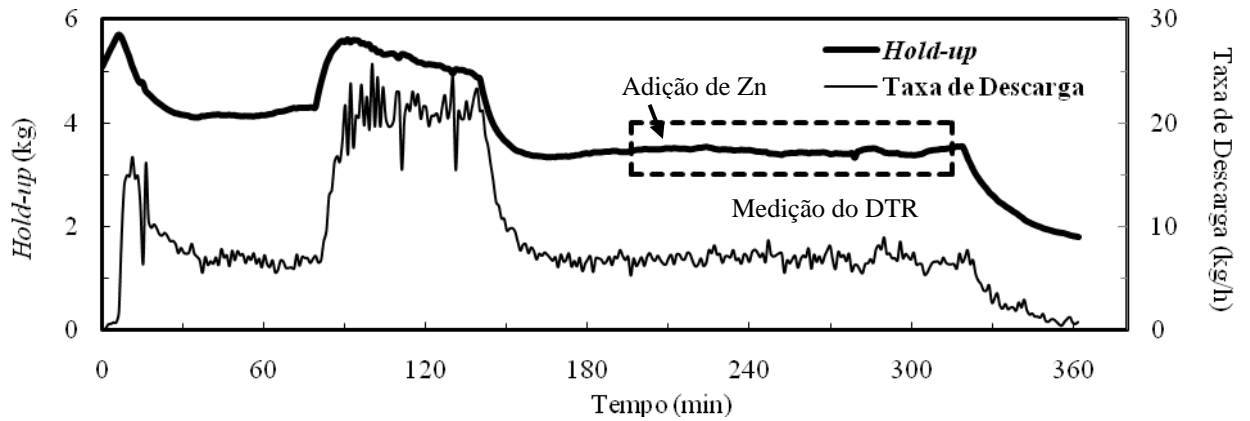


Figura 2 – Variação do *hold-up* do moinho no ensaio e da taxa de descarga do produto

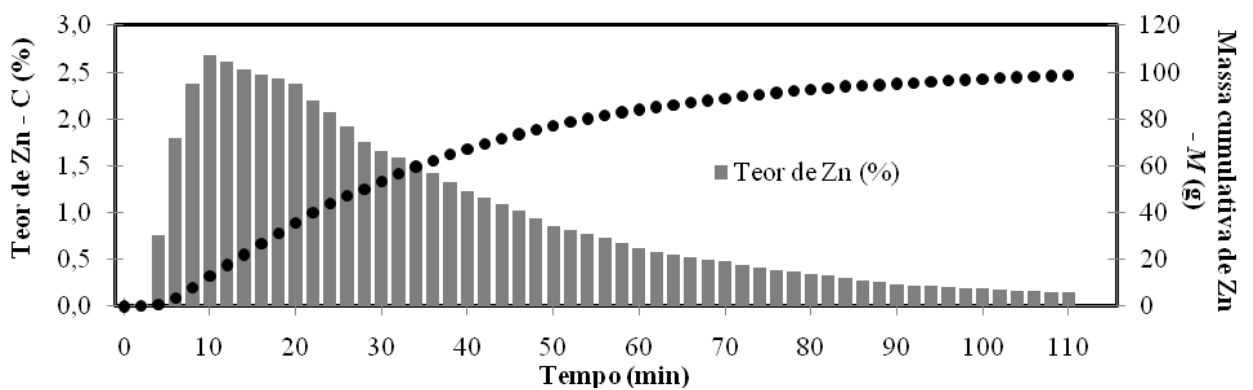


Figura 3 – Teor e massa acumulada de Zn contidos na descarga do moinho em função do tempo

Tendo em vista a grande quantidade de traçador adicionada (120 g) e o relativamente longo tempo de introdução (1 minuto), não foi possível presumir no ajuste das funções de DTR que a alimentação ocorreu na forma de um pulso instantâneo, representada por uma função do tipo delta Dirac ($\delta(t)$) e que a concentração normalizada de traçador na descarga seria equivalente à função DTR.

O balanço de massa do traçador em um reator qualquer é dado por:

$$\int_0^{\infty} Q_{out}(t)C_{out}(t)dt = \int_0^{\infty} Q_{in}(t)C_{in}(t)dt \quad (\text{Eq.6})$$

sendo Q_{in} e Q_{out} é a vazão mássica de alimentação e descarga do moinho, respectivamente, C_{in} a massa de traçador na alimentação, C_{out} a concentração do traçador na descarga do reator. Se considerarmos que a introdução do traçador é considerada como uma sucessão de pulsos muito curtos, então tem-se

$$Q_{out}(t)C_{out}(t) = \int_0^t Q_{in}(t')C_{in}(t')E(t-t')dt' = \hat{m}(t) \quad (\text{Eq.7})$$

Sendo que $Q_{in}(t)C_{in}(t)$ e $Q_{out}(t)C_{out}(t)$ são as massas instantâneas de traçador na alimentação e na descarga do reator, $m_{in}(t)$ e $\hat{m}(t)$, respectivamente. A massa cumulativa estimada de traçador coletada na descarga do reator $\bar{M}(t)$ pode ser calculada por integração da Equação 7:

$$\bar{M}(t) = \int_0^t \int_0^{t^*} m_{in}(t') E(t-t') dt' dt^* \quad (\text{Eq.8})$$

Se a injeção do traçador pode ser representada como a soma de n pulsos instantâneos iguais, reconhecendo que a distribuição cumulativa de tempos de residência é dada por

$$F(t) = \int_0^t E(t) dt, \quad (\text{Eq.9})$$

então a Equação (8) se torna simplesmente

$$\bar{M}(t) = \frac{M}{n} \sum_{i=1}^n F(t-t_i) \quad (\text{Eq.10})$$

No presente trabalho, a introdução do traçador foi realizada em quatro pulsos de 30 g, em intervalos de 15 segundos, de maneira que $n=4$ e $t_1=0,25\text{min}$, $t_2=0,5\text{min}$, $t_3=0,75\text{min}$ e $t_4=1\text{min}$.

A determinação dos parâmetros ótimos das funções DTR foi realizada pela minimização da função objetivo, que compara as massas cumulativas de traçador na descarga, medidas usando a Equação 1, sendo a soma quadrática (SQ) dada por

$$SQ = \sum_{j=1}^m \left(M(t_j) - \frac{M}{4} \sum_{i=1}^4 F(t_j - t_i) \right)^2 \quad (\text{Eq.11})$$

Embora M na Equação 11 represente a massa cumulativa de traçador adicionada, ela foi considerada um parâmetro de ajuste na equação, tendo em vista erros sistemáticos detectados nas análises dos teores de zinco por fluorescência de raios-X.

Comparações entre os resultados experimentais e os ajustados utilizando as diferentes funções de DTR são mostradas na Figura 4. A Tabela 1 resume os resultados do ajuste para os modelos de mistura perfeita e do modelo de reator de dispersão axial. Observa-se que um único misturador não é capaz de descrever adequadamente os resultados obtidos. Isso é evidenciado tanto pelo pobre ajuste do modelo aos dados (Figura 4), quanto pela diferença entre o tempo médio de residência medido (33,9 min) e o estimado (49,7 min). Um melhor ajuste foi obtido com o modelo de mistura axial, embora ele tenha se mostrado incapaz de descrever adequadamente os resultados em tempos curtos de moagem (Figura 4). Os melhores resultados foram obtidos com dois e, especialmente, três reatores de mistura perfeita com tamanhos distintos.

Tabela 1 – Parâmetros ótimos dos modelos de mistura perfeita e de dispersão axial

Padrão de Mistura	θ_1 (min)	θ_2 (min)	θ_3 (min)	θ_{total} (min)	M (g)	SQ
Um misturador	49,67	-	-	49,67	111,41	1927,0
Dois misturadores	7,16	28,94	-	36,10	101,27	24,6
Três misturadores	3,66	30,78	2,55	36,99	102,09	5,0
		θ (min)	u (cm/min)	D_x (cm ² /min)	M (g)	SQ
Dispersão axial		47,30	0,63	11,82	109,64	62,9

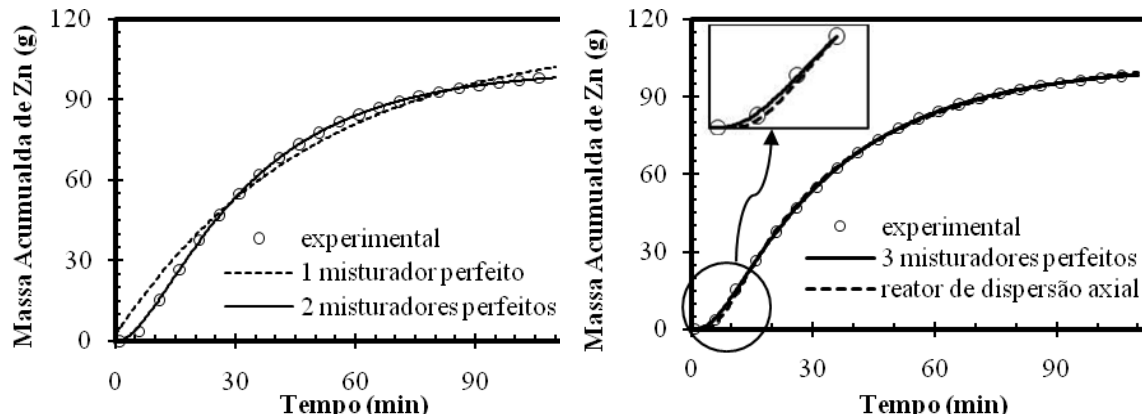


Figura 4 – Comparação entre os dados experimentais e as curvas simuladas com os parâmetros ótimos

De fato, diversos autores têm observado que três reatores de mistura perfeita são capazes de descrever adequadamente a DTR de moinhos industriais e em operação em escala piloto (Austin e Tangsatitkulchai, 1987; King, 2001). Tendo em vista a capacidade desse modelo de descrever o tempo de retenção das partículas no moinho a seco do presente estudo, propõe-se o modelo físico descrito da Figura 5. Nesse caso, o primeiro misturador corresponderia à primeira seção do moinho, que segue a rápida entrada da alimentação na zona de moagem, na qual o material tem o seu primeiro contato com os corpos moedores. Dessa região segue outra de maior dimensão (83% do tempo total de retenção), na qual a principal contribuição da moagem ocorre. Por fim, presume-se que na última região de mistura, correspondente a 9,9% do tempo total de retenção no moinho, não ocorre moagem, pois ela diz respeito à região após o diafragma, que carrega as partículas até a descarga.

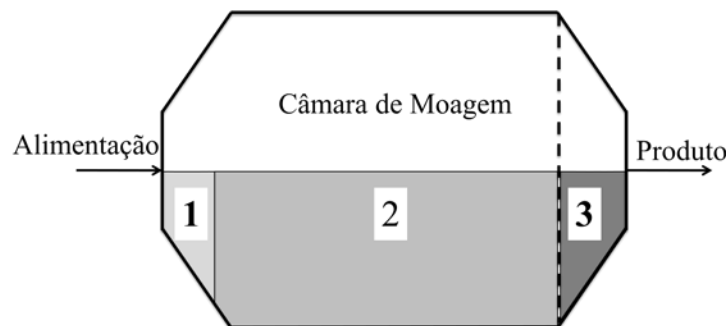


Figura 5 – Modelo físico proposto para o padrão de mistura do moinho - 1º misturador: 6,9%; 2º misturador: 83,2%; 3º misturador: 9,9% do tempo total de retenção.

5. CONCLUSÕES

A metodologia experimental utilizada neste trabalho para determinar a DTR de um moinho em operação piloto a seco, baseada na introdução de traçador sólido do metal zinco, se mostrou viável, resultando em resultados coerentes.

O fato do traçador não ter sido introduzido na forma de um pulso instantâneo e das amostras da descarga terem sido coletadas durante um período comparativamente longo (1 minuto) demandou um tratamento especial dos resultados, uma vez que as concentrações medidas do traçador no produto não correspondem diretamente à DTR. Ainda assim, resultados coerentes e precisos foram obtidos no estudo.

Todos os modelos idealizados propostos resultaram em superestimação do tempo de residência médio, se comparado àquele estimado experimentalmente. Ainda assim, entre os modelos analisados, aquele que se baseia em três misturadores em série permitiu atingir ótima correspondência em relação aos resultados medidos. Transposto à realidade física do moinho, esse modelo corresponderia à introdução da alimentação em uma primeira região de mistura, seguida por uma maior, a qual é complementada por uma última região menor de mistura, que aparece após o diafragma.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro ao estudo.

REFERÊNCIAS

Austin, L.G., Klimpel, R.R. & Luckie, P.T. Process engineering of size reduction. AIME-SME, 1984.

Austin, L.G. & Tangsathitkulchai, C. Comparison of methods for sizing ball mills using open-circuit wet grinding of phosphate ore as test example. *Ind Eng Chem Res* 26, 997-1003, 1987.

Austin, L.G. & Concha, F.A. Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación. In: CYTED, 1993.

Danckwerts, P.V. Continuous flow systems: distribution of residence times. *Chem Eng Sc*, 2(1), 1-13, 1953.

Dorileo, I.L., Bajay, S.V. & Gorla, F.D. Oportunidades de eficiência energética para a indústria, relatório setorial: setor extrativo mineral. Confederação Nacional da Indústria, Brasília, 2010.

King, R.P. Modeling and simulation of mineral processing systems. Butterworth-Heinemann, 2001.

Hogg, R. Mass transport models for tumbling ball mills. *Proc. Control'84*, AIME-SME 7, Herbst, J.A. (editor), pp. 55-61, 1984.

King, R.P., Modeling and simulation of mineral processing systems, Butterworth-Heinemann, 2001.

Makokha, A.B. & Moys, M.H. Modeling the RTD of an industrial overflow ball mill as a function of load volume and slurry concentration. *Miner Eng*, 24 (3-4), 335-340, 2011.

Neves, P.B. Características de fragmentação e microestruturais de rochas e seu comportamento na britagem para a produção de agregado. Dissertação de Mestrado. Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

Oliveira, A.L.R. Modelagem e simulação de moinho de bolas operado em escala piloto a seco. Projeto Final de Curso. Escola Politécnica. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

Songfack, P. & Rajamani, R. Hold-up studies in a pilot scale continuous ball mill: dynamic variations due to changes in operation variables. *Int J Miner Proces*, 57, 105-123, 1999.